



Scuola Superiore di Catania

Corso Specialistico

a.a. 2024-2025

Introduzione alle algebre di Lie

Introduction to Lie algebras

Prerequisiti richiesti:

Corsi di base di algebra (anelli, algebre su un campo, gruppi; algebra lineare).

Obiettivi formativi:

Si presenterà la nozione di algebra di Lie e la classificazione completa (ancorché necessariamente sintetica, e sotto alcune ipotesi semplificative) delle algebre di Lie (semi) semplici, che si esprime in termini di oggetti combinatorici quali i sistemi (finiti) di radici.

Contenuti delle lezioni:

Modulo 1: introduzione al corso e preliminari. Modulo 2: algebre di Lie – sotto algebre (di Lie), ideali, morfismi - teoremi fondamentali sui morfismi di algebre di Lie - rappresentazioni/moduli di un'algebra di Lie e loro morfismi - algebra involucente universale di un'algebra di Lie - teorema di Poincaré-Birkhoff-Witt - algebre di Lie nilpotenti, risolubili, semisemplici, semplici. Modulo 3: teoremi di Lie e di Cartan - decomposizione di Jordan-Chevalley - forma di Killing - completa riducibilità / semisemplicità delle rappresentazioni/moduli - rappresentazioni/moduli di $sl(2)$ - decomposizione di un'algebra di Lie semisemplice in spazi radice. Modulo 4: sistemi di radici (finiti) astratti - gruppo di Weyl, matrice di Cartan, diagramma di Dynkin di un sistema di radici - classificazione dei sistemi di radici semplici - teoremi di esistenza e unicità per algebre di Lie semisemplici - presentazione (di Serre) di un'algebra di Lie semisemplice per generatori e relazioni.

Metodologia didattica:

Lezioni frontali

Modalità della verifica finale di apprendimento:

Prova orale