

SCUOLA SUPERIORE DI CATANIA  
CONCORSO DI AMMISSIONE AL I ANNO DEI CORSI ORDINARI  
DI PRIMO LIVELLO E A CICLO UNICO

A.A. 2024-2025  
CLASSE DELLE SCIENZE SPERIMENTALI  
PROVA DI FISICA - SOLUZIONI

**Esercizio 1** - Meccanica

Se  $F$  è la forza di attrito costante tra blocco e proiettile, usando il teorema dell'energia cinetica possiamo scrivere che il suo lavoro uguaglia la variazione di energia cinetica del proiettile

$$Fd = \frac{1}{2}mv^2$$

avendo posto a zero la velocità finale del proiettile. La decelerazione  $a$  del proiettile si calcola immediatamente come

$$a = \frac{F}{m} = \frac{v^2}{2d}$$

Durante il tempo  $t$  impiegato dal proiettile per arrestarsi nel blocco agisce su di esso la forza costante  $F$ . Pertanto, per il teorema della quantità di moto, possiamo scrivere  $m\Delta v = -mv = -Ft$ , da cui si ricava che  $t = mv/F$ .

**Esercizio 2** - Meccanica

Poiché per ipotesi del problema l'urto pallina-cuneo è elastico, si deve conservare l'energia meccanica del sistema

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

dove  $v_2$  è la velocità verticale di rimbalzo della pallina. Inoltre, poiché nella direzione orizzontale non agiscono forze esterne, lungo tale direzione si conserva la quantità di moto

$$mv_1 = MV$$

Combinando queste due equazioni si ottiene

$$v_2^2 = \frac{M}{m} \left( \frac{M}{m} - 1 \right) V^2$$

Dopo l'urto, il moto della pallina è quello di una massa lanciata verticalmente verso l'alto con velocità iniziale  $v_2$  e soggetta alla forza peso; pertanto si calcola immediatamente che

$$h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{M}{2gm} \left( \frac{M}{m} - 1 \right) V^2$$

dove  $g$  è l'accelerazione di gravità.

**Esercizio 3** - Termodinamica

Per rispondere ai quesiti è conveniente rappresentare le due trasformazioni nel piano temperatura-volume. Con questa scelta, e facendo uso dell'equazione di stato per i gas ideali, le due trasformazioni sono rispettivamente descritte dalle seguenti equazioni

$$T = \alpha \frac{1}{V} \quad \text{e} \quad T = \beta \sqrt{V}$$

dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono due costanti. Allora è facile dedurre che

- nel primo caso, il gas espandendosi si raffredda;
- nel secondo caso, il gas espandendosi si riscalda.

**Esercizio 4** - Termodinamica

In generale il rendimento  $r$  di una macchina termica è dato dal rapporto tra il lavoro  $L$  compiuto (verso l'esterno) e il calore assorbito durante un ciclo.

Il lavoro compiuto nel ciclo  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  si calcola come somma dei calori scambiati nelle tre diverse trasformazioni (trattandosi di un ciclo, infatti, la variazione netta di energia interna è nulla):

$$\begin{aligned} L &= Q_{A \rightarrow B} + Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow A} \\ &= RT_A \frac{V_B}{V_A} + C_P(T_C - T_B) + 0 \end{aligned}$$

dove abbiamo fatto uso che la trasformazione  $C \rightarrow A$  è per ipotesi adiabatica.

Osserviamo, inoltre, che il sistema assorbe calore solamente nella trasformazione isobara e, pertanto, il calore netto scambiato vale  $Q_{BC} = C_P(T_B - T_C)$ .

In definitiva, dunque, il rendimento della macchina termica che funziona secondo il ciclo in oggetto vale:

$$r = \frac{L}{Q_{BC}} = \frac{RT_A \frac{V_B}{V_A} + C_P(T_C - T_B)}{C_P(T_B - T_C)}$$

**Esercizio 5** - Elettromagnetismo

Per ragioni di simmetria il campo elettrostatico ha andamento radiale. Pertanto, possiamo scrivere che

$$V(r) = - \int E(r) dr$$

Considerando una superficie sferica  $S$  concentrica alla sfera data e di raggio  $r < R$ , per semplice applicazione del teorema di Gauss otteniamo che

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

Combinando i due risultati, calcoliamo

$$V(r) = -\frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} + \text{costante}$$

Al fine di determinare la costante basta ricordare che per  $r = R$  si ha

$$V(r = R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{R^2 \rho}{3\epsilon_0}$$

dove la carica totale della sfera vale  $Q = (4/3)\pi R^3 \rho$  e quindi imporre

$$-\frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} + \text{costante} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{R^2 \rho}{3\epsilon_0} \quad \rightarrow \quad \text{costante} = \frac{R^2 \rho}{2\epsilon_0}$$

In definitiva, internamente alla sfera il potenziale ha andamento

$$V(r) = \frac{\rho}{6\epsilon_0}(3R^2 - r^2)$$

mentre per ogni  $r > R$  si ha il risultato elementare

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{R^3 \rho}{3\epsilon_0 r}$$

**Esercizio 6** - Elettromagnetismo

Consideriamo un tratto di lunghezza  $l_3$  del terzo filo, quando esso è posto a distanza  $x$  dal primo filo. Allora quest'ultimo esercita su tale tratto la forza attrattiva

$$F_1 = B_1(x) l_3 i_3 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1}{x} l_3 i_3$$

dove  $B_1(x)$  è il campo magnetico generato dal primo filo a distanza  $x$  da esso.

In maniera analoga, il secondo filo eserciterà sullo stesso tratto del terzo filo già considerato una forza attrattiva (quindi opposta alla precedente) data da

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_2}{d-x} l_3 i_3$$

La posizione di equilibrio corrisponde al caso in cui le due forze si equivalgono in modulo  $F_1 = F_2$  ovvero, usando i risultati discussi, quando

$$x = \frac{i_1}{i_1 + i_2} d \tag{1}$$