

Scuola Superiore di Catania  
Concorso di Ammissione al I Anno dei Corsi Ordinari  
A.A. 2018–2019

Classe delle Scienze Sperimentali – Prova di Matematica e Logica

(Corsi di Laurea *diversi da* Matematica, Fisica, Informatica e Ingegneria)

18 Settembre 2018

**Non sono ammessi libri, calcolatrici, cellulari né altri apparecchi elettronici.**

**Esercizio 1.** Una scacchiera  $n \times m$  le cui caselle sono colorate in bianco e nero ha la seguente proprietà: per ogni casella della scacchiera, il numero di caselle con lo stesso colore nella riga e nella colonna che la contengono sono uguali. Si trovino tutti i possibili valori di  $n$  e  $m$ .

**Esercizio 2.** Sia  $ABCD$  un parallelogramma che contiene due circonferenze  $\mathcal{C}_1$  di centro  $O_1$ ,  $\mathcal{C}_2$  di centro  $O_2$ , tangenti esternamente fra loro nel punto  $P$  e tali che  $\mathcal{C}_1$  è tangente ai lati  $AB$   $AD$ , mentre  $\mathcal{C}_2$  è tangente ai lati  $CB$   $CD$ . Si dimostri che il punto  $P$  appartiene alla diagonale  $AC$ .

**Esercizio 3.** Un professore entra a lezione e scrive un polinomio a coefficienti interi  $p(x)$  sulla lavagna, poi dice: "Oggi è il compleanno di mio figlio, compie  $a$  anni. Se mettete  $a$  nel polinomio ottenete ancora  $a$ , mentre se ci mettete 0 trovate un numero primo maggiore di  $a$ ." Quanti anni compie il figlio del professore?

**Esercizio 4.** Si provi che se  $n, m \in \mathbb{N}$  il numero

$$3^n + 3^m + 1$$

non è mai un quadrato perfetto.