

SCUOLA SUPERIORE DI CATANIA
CONCORSO DI AMMISSIONE AL I ANNO DEI CORSI
ORDINARI

A.A. 2015-2016

Classe delle Scienze Sperimentali

PROVA DI FISICA

Esercizio no. 1

La frequenza di oscillazione ν di una corda tesa dipende dalla sua lunghezza l , dalla densità lineare di massa λ , e dalla tensione Θ della corda stessa. Usando argomenti dimensionali, dedurre la forma funzionale della dipendenza della frequenza dalle grandezze indicate.

Soluzione :

$$\nu = k l^{\alpha} \lambda^{\beta} \Theta^{\gamma}$$

(k : costante adimensionale)

Le dimensioni delle diverse grandezze sono (L=lunghezza, M=massa, T=tempo) :

$$[l] = [L], [\lambda] = [M][L^{-1}], [\Theta] = [M][L][T^{-2}]$$

L'equazione dimensionale è :

$$[\nu] = [T^{-1}] = [L^{\alpha-\beta+\gamma}][M^{\beta+\gamma}][T^{-2\gamma}]$$

Quindi :

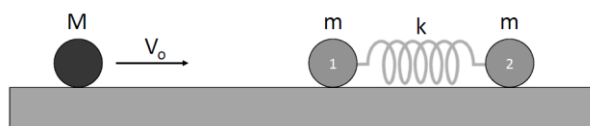
$$\alpha - \beta + \gamma = 0, \beta + \gamma = 0, -1 = -2\gamma$$

$$\alpha = -1, \beta = -1/2, \gamma = 1/2$$

$$\nu = k l^{-1} \lambda^{-1/2} \Theta^{1/2} = k \frac{1}{l} \sqrt{\frac{\Theta}{\lambda}}$$

Esercizio no. 2

Una sferetta di massa M che si muove con velocità V_0 su un piano privo di attrito, colpisce centralmente la prima di due sferette identiche di massa m collegate tra di loro da una molla di costante elastica k , inizialmente ferme e allineate alla direzione del moto di M . L'urto è istantaneo e perfettamente elastico. Valutare il valore minimo della massa M (in funzione dei parametri del sistema) affinché la prima sferetta di massa m venga colpita anche una seconda volta da M . Risolvere numericamente l'esercizio assumendo: $V_0 = 1 \text{ m/s}$, $m = 2 \text{ kg}$, $k = 1 \text{ kg/s}^2$.



Soluzione :

Dopo il primo urto :

$$V_M = \frac{M - m}{M + m} V_o, \quad V_{m1} = \frac{2M}{M + m} V_o, \quad V_{cm} = \frac{M}{M + m} V_o$$

dove V_{cm} è la velocità del centro di massa del sistema m_1, m_2 .

$$X_M(t) = V_M t = \frac{M - m}{M + m} V_o t$$

$$X_{m1}(t) = V_{cm} t + A \sin(\omega t + \varphi) \quad \omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

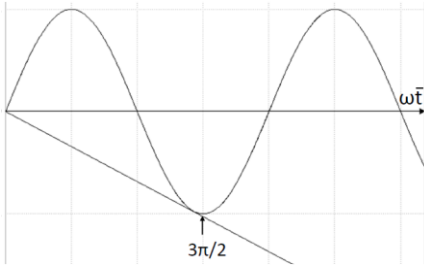
$$X_{m1}(0) = 0, \quad X'_{m1}(0) = V_{m1} \Rightarrow \varphi = 0, \quad A = \frac{V_{cm}}{\omega}$$

$$X_M(\bar{t}) = X_{m1}(\bar{t}) \Rightarrow \frac{M - m}{M + m} V_o \bar{t} = \frac{M}{M + m} V_o \bar{t} + \frac{M}{M + m} \frac{V_o}{\omega} \sin(\omega \bar{t})$$

$$-\frac{m}{M} \omega \bar{t} = \sin \omega \bar{t}$$

Questa equazione trascendente ha soluzione solo se :

$$\frac{M}{m} > \frac{3}{2} \pi \quad (\text{vedi figura ; con i dati numerici per } M > 10Kg \text{ circa})$$

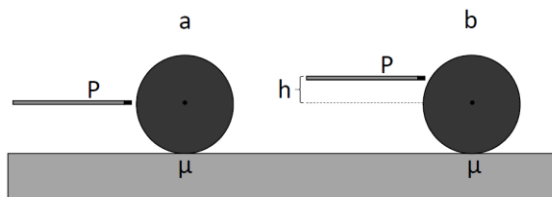


Esercizio no. 3

Una palla da biliardo di massa M e raggio R può muoversi su un tavolo orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico è μ . Si consideri nullo l'attrito in caso di puro rotolamento. La palla è colpita con una stecca all'equatore con una forza diretta verso il centro della sfera. Sia P l'impulso della forza. Calcolare :

- dopo quanto tempo la palla inizia a muoversi di puro rotolamento e la velocità del centro della sfera dopo tale istante.
- a che altezza h la stecca dovrebbe colpire la palla al di sopra dell'equatore affinché il moto di puro rotolamento inizi istantaneamente.

Risolvere numericamente l'esercizio assumendo: $P=0.2kgm/s$, $M=100gr$, $R=2,5cm$, $\mu=0.1$



Soluzione :

$$V_{cm} = \frac{P}{M}, \quad F_{ad} = -\mu Mg = Ma_{cm}; \quad a_{cm} = -\mu g \Rightarrow V_{cm}(t) = \frac{P}{M} - \mu g t$$

$$F_{ad} R = I \alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{\mu Mg R}{I} = -\frac{5}{2} \frac{\mu g}{R} \quad (I = \frac{2}{5} M R^2)$$

$$\text{a) } \omega(t) = \alpha t = -\frac{5}{2} \frac{\mu g}{R} t$$

$$V_{cm}(\bar{t}) + R \omega(\bar{t}) = 0 \Rightarrow \frac{P}{M} - \mu g \bar{t} - \frac{5}{2} \mu g \bar{t} = 0$$

(condizione di rotolamento)

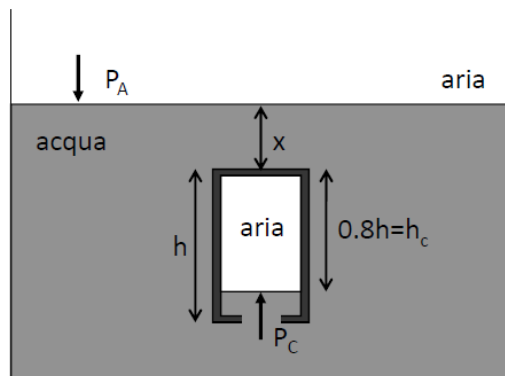
$$\bar{t} = \frac{2}{7} \frac{P}{\mu Mg}, \quad \bar{V}_{cm} = \frac{P}{M} - \frac{2}{7} \frac{P}{M} = \frac{5}{7} \frac{P}{M}; \quad \bar{t} = 0.58 \text{ s}, \quad \bar{V}_{cm} = 1.43 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } \omega(t) = -\frac{5}{2} \frac{\mu g}{R} t - \frac{hP}{I}$$

$$V_{cm}(0) + R \omega(0) = 0 \Rightarrow \frac{P}{M} - R \frac{hP}{I} = 0 \Rightarrow h = \frac{I}{MR} = \frac{2}{5} R; \quad h = 1 \text{ cm}$$

Esercizio no. 4

Una lattina di coca cola vuota, di altezza $h=11,5$ cm e volume di 0,33 litri, viene spinta sott'acqua con l'apertura rivolta verso il basso. Calcolare a che profondità (x) si deve immergere la lattina affinché l'aria occupi l'80% del suo volume e la forza necessaria per tenerla immersa in tale posizione (trascurare la massa e lo spessore delle pareti della lattina, nonché la densità dell'aria; considerare la temperatura costante, pari alla temperatura ambiente, e trattare l'aria come un gas perfetto)

**Soluzione :**

$$\text{Stevino: } P_C = P_A + \rho g (x + h_c)$$

$$P_C V_C = P_A V \quad (V_C / V = h_c / h)$$

$$x = \frac{P_C - P_A}{\rho g} - h_c = \frac{P_A (h / h_c - 1)}{\rho g} - h_c$$

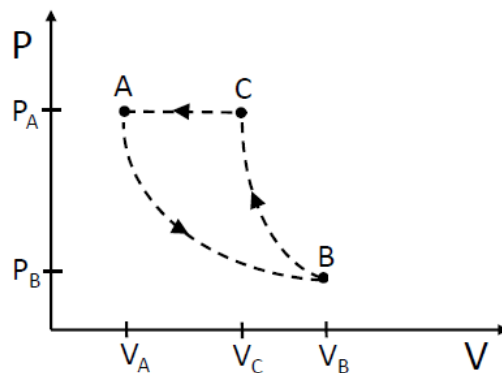
$$x = 2.45 \text{ m}$$

$$F = F_A = \rho g V_C = \rho g V h_c / h \quad (F_A : \text{spinta di Archimede})$$

$$F = 2.59 \text{ N}$$

Esercizio no. 5

Un gas perfetto biatomico e' in uno stato di equilibrio alla pressione $P_A=2\text{Atm}$, volume $V_A=36$ litri e temperatura $T_A=17^\circ\text{C}$. Da questo stato il gas si porta, tramite una espansione adiabatica libera, ad un nuovo stato di equilibrio, a cui corrisponde un volume $V_B=4V_A$ e successivamente, tramite un lavoro esterno $W_{\text{ext}} = 20\text{kJ}$, subisce una compressione adiabatica irreversibile che lo porta in un nuovo stato di equilibrio caratterizzato da un valore della pressione pari a quella iniziale ed un volume V_C . Infine il gas viene posto a contatto con una sorgente a temperatura T_A e ritorna allo stato iniziale tramite una trasformazione isobara. Calcolare i parametri termodinamici degli stati di equilibrio B e C, calore scambiato, lavoro e variazione di energia interna del gas relative alle tre trasformazioni e la variazione di entropia del gas e dell'universo.



Soluzione :

A-B, espansione libera :

$$T_B=T_A=17^\circ\text{C}=290\text{K}, V_B=4V_A= 144\text{litri}, P_B=P_A/4=0.5\text{Atm} ; Q=W=\Delta U=0$$

B-C, adiabatica irreversibile :

$$W_{\text{ext}} = \Delta U = nC_V (T_C - T_B) = n \frac{5}{2} R (T_C - T_B) = \frac{5}{2} P_B V_B (T_C / T_B - 1) \Rightarrow T_C = 612 \text{ K}$$

$$P_C=P_A=2\text{Atm}, V_C=76\text{litri}, T_C=612\text{K}=339^\circ\text{C} ; Q=0, W=-W_{\text{ext}}=-20\text{KJ} ; \Delta U=20\text{KJ}$$

C-A, isobara :

$$Q = nC_P (T_A - T_C) = n \frac{7}{2} R (T_A - T_C) = \frac{7}{2} P_A V_A (1 - T_C / T_A) = -27980 \text{ J}$$

$$W = P_A (V_A - V_C) = -8000 \text{ J} \quad \Delta U = Q - W = -19980 \text{ J}$$

$$\Delta S_{\text{gas}}=0 \text{ (trasformazione ciclica)} ;$$

$$\Delta S_{univ.} = \Delta S_{sorg.} = \frac{-Q_{CA}}{T_A} = 96 \text{ J / K}$$

Esercizio no. 6

La luce gialla emessa dal sodio ha lunghezza d'onda $\lambda=589\text{nm}$. Calcolare la frequenza dell'onda e la velocità con cui si propaga in un vetro con costante dielettrica $\epsilon_r=2.31$.

Se, sempre nel vetro, l'ampiezza massima del campo elettrico associato all'onda è $E_0=1\text{V/m}$, calcolare l'ampiezza massima del campo magnetico ed il flusso medio di energia trasportato dall'onda (assumere che si tratti di onda sinusoidale piana, ricordare che $\epsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12}\text{C}^2/\text{Nm}^2$).

Soluzione :

$$\nu = c / \lambda = 5.1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

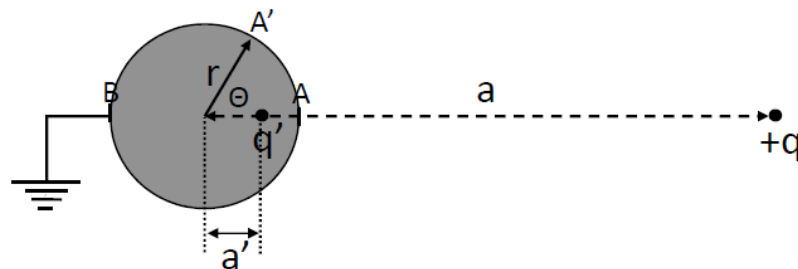
$$V = c / \sqrt{\epsilon_r} = 0.66 c = 1.97 \cdot 10^8 \text{ m / s}$$

$$B_o = E_o / V = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Tesla}$$

$$I = \frac{1}{2} \epsilon V E^2 = 2 \text{ mW / m}^2$$

Esercizio no. 7

Una carica $+q$ è posta ad una distanza a dal centro di una sfera conduttiva di raggio r posta a terra. Calcolare la forza che agisce tra la carica e la sfera e dimostrare che varia come a^3 per $a \gg r$.



Soluzione :

Metodo delle immagini :

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{a-r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q'}{r-a'} = 0$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{a+r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q'}{r+a'} = 0$$

$$a' = \frac{r^2}{a} ; q' = \frac{-qr}{a}$$

$$V_{A'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q}{\sqrt{(a-r\cos\theta)^2 + (r\sin\theta)^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q'}{\sqrt{(r\cos\theta-a')^2 + (r\sin\theta)^2}} = 0$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qq'}{(a-a')^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{arq^2}{(a^2-r^2)^2}; \quad a \gg r \Rightarrow F \cong -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{rq^2}{a^3}$$

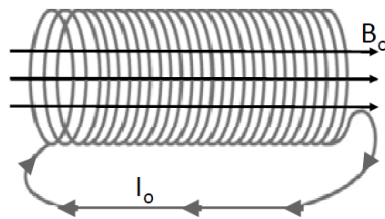
Esercizio no. 8

Un solenoide di lunghezza $D=30cm$ e diametro interno $d=3cm$ è realizzato avvolgendo un filo superconduttore di raggio $s=0.05mm$. Il solenoide, alimentato con una corrente costante $I_o=50A$, raggiunge un campo magnetico interno costante $B_o=6Tesla$.

Si osserva che se il filo superconduttore viene chiuso su se stesso e l'alimentatore viene scollegato (configurazione riportata in figura) il valore del campo magnetico resta stabile entro l'1% per almeno un anno.

Valutare il limite superiore che si può dedurre per la resistività del filo superconduttore.

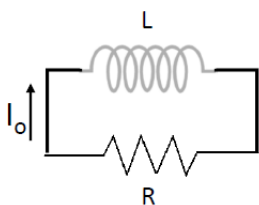
(trascurare la differenza tra diametro esterno e interno del solenoide, ricordare che $\mu_o=4\pi \cdot 10^{-7}H/m$)



Soluzione :

$S = \frac{\pi}{4} d^2$: sezione del solenoide ; N : numero totale di spire ; L : induttanza solenoide

$$B_o = \mu_o \frac{N}{D} I_o \quad ; \quad L = \mu_o \frac{N^2}{D} S = \frac{B_o^2 D \pi d^2}{4 \mu_o I_o^2} = 2.43 H$$



$$I(t) = I_o e^{-\frac{R}{L}t} \quad (\text{vedi circuito equivalente in figura, R e' la resistenza del filo superconduttore})$$

$$\frac{B(t)}{B_o} = \frac{I(t)}{I_o} = e^{-\frac{R}{L}t} \quad ; \quad (1 \text{ anno} : t' = 3.154 \cdot 10^7 s)$$

$$e^{-\frac{R}{L}t'} \geq 0.99 \Rightarrow R \leq \frac{0.01 L}{t'} = \frac{10^{-2} 2.43 H}{3.154 \cdot 10^7 s} = 0.77 n\Omega$$

$$\text{Lunghezza del filo superconduttore} : l = \pi d N = \frac{B_o \pi d D}{\mu_o I_o} = 2700 m$$

$$R = \frac{\rho l}{\pi s^2} \leq 0.77 n\Omega \Rightarrow \rho \leq 2.2 \cdot 10^{-21} \Omega m$$