

Scuola Superiore di Catania
Concorso di Ammissione- Anno 2006
Prova Scritta di Matematica e Logica- Compito n.2

- 1) Sia dato il polinomio $X^4 + 2$
 - a) Provare che non ha radici reali.
 - b) Decomporre il polinomio in fattori irriducibili nel campo dei numeri reali.
 - c) Provare che è irriducibile nel campo dei numeri razionali.
- 2) Calcolare tutte le soluzioni intere e tutte le soluzioni razionali dell'equazione $x^2 + 3y^2 = 1$.
- 3) Provare che l'equazione $x^2 - 7y^2 = -1$ non ha soluzioni in numeri interi relativi.
- 4) Risolvere la disequazione $|1 - |2 - x|| \leq 1$.
- 5) Dato un mazzo di carte francesi (52 carte, 13 per ciascun seme quadri, cuori, picche, fiori) determinare la probabilità che estraendo 5 carte si ottenga un full e la probabilità che si ottenga colore.
- 6) Calcolare l'area della porzione di cerchio di raggio r delimitata da due rette parallele una delle quali passante per il centro e distanti $r/2$ fra loro.
- 7) Disegnare il diagramma della funzione reale di variabile reale:

$$f(x) = |\log |x^2 - 1||.$$

- 8) Calcolare la probabilità P_1 di ottenere almeno un sei nel lancio di 6 dadi. Provare che è maggiore di $1/2$.
- 9) In un gioco televisivo ci sono tre scatole chiuse una delle quali contiene un premio di 1000 euro mentre le altre sono vuote. Il concorrente sceglie una delle scatole senza aprirla. Il conduttore apre una delle rimanenti due scatole facendo vedere che è vuota e offre al concorrente la possibilità di cambiare la sua scelta.
Cosa conviene al concorrente: cambiare o mantenere la sua scelta? Giustificare la risposta.