

**Scuola Superiore di Catania**  
**Concorso di ammissione ai corsi ordinari di primo livello**  
**a.a.2004-2005**

**Prova di Matematica e logica per i corsi di laurea in Scienze biologiche, Scienze geologiche, Chimica, Chimica industriale, Scienze ambientali, Scienze ecologiche ed educazione ambientale, Tecnologie per la conservazione ed il restauro dei Beni Culturali, tutti i corsi di laurea delle Facoltà di Agraria, Farmacia, Medicina e Chirurgia**

*Il candidato risolva quanti più può dei seguenti esercizi*

1) Stabilire, per ogni coppia  $a, b$  di numeri reali, quante soluzioni reali ammette l'equazione  $a - bx^8 = 0$ .

2) Calcolare

$$\frac{1}{1 + 2004^{2004}} + \frac{1}{1 + 2004^{-2004}}$$

3) Sia  $AB$  un diametro di un cerchio  $H$  e sia  $CD$  una corda perpendicolare ad  $AB$  in un suo punto  $P$ . Sia  $R$  la regione di piano che si ottiene togliendo da  $H$  i due cerchi aventi rispettivamente per diametro  $AP$  e  $PB$ . Calcolare la lunghezza del contorno e l'area di  $R$ , supponendo di conoscere le misure di  $AB$  e di  $CD$ . E' necessaria la conoscenza delle misure di entrambi i segmenti per rispondere alle domande?

4) Due persone sono nate in anni diversi, ma festeggiano il compleanno lo stesso giorno.

Se la somma delle loro età attuali è dispari, negli anni futuri la somma delle loro età sarà pari o dispari? E il prodotto?

Se la prodotto delle loro età attuali è dispari, negli anni futuri la somma delle loro età sarà pari o dispari?

5) Sia  $\alpha$  l'ampiezza di un angolo al centro  $AOB$  in una circonferenza  $\Gamma$  (dove  $A$  e  $B$  sono punti di  $\Gamma$ ). Supponendo che  $\alpha$  sia minore di un angolo piatto, si traccino le tangenti a  $\Gamma$  in  $A$  e in  $B$ , e sia  $O'$  il loro punto d'incontro. Si tracci, infine, la circonferenza di centro  $O'$  e raggio  $OA$ .

Si determini l'ampiezza degli angoli del triangolo  $AO'B$ . Si dimostri che il quadrilatero  $AOBO'$  è inscrittibile e circoscrivibile. Supponendo  $\alpha = 60^\circ$  ed  $OA = 1$ , si determinino perimetro ed area del quadrilatero  $AOBO'$ .

6) Una strada in salita va dal livello del mare a 400 metri di altezza. Nel primo tratto, da 0 a 200 metri di altezza, la pendenza media è il 2%, mentre nel secondo tratto, da 200 a 400 metri di altezza, la pendenza media è il 4%. Qual è la pendenza media dell'intero tratto?

7) Dovendo compiere un viaggio in macchina, Tizio ha programmato di tenere la velocità di 90 km/h in tutto il percorso. Tuttavia, a causa del traffico, nella prima ora riesce a tenere solo la media di 75 km/h. Di quanti minuti è in ritardo Tizio rispetto ai suoi programmi? Per quanti chilometri deve tenere la velocità di 120 km/h per recuperare il ritardo?

8) Sono dati un punto  $P$ , due rette  $r$  ed  $s$  (non parallele fra loro), due piani  $\beta$  e  $\gamma$  (non paralleli fra loro). In quali dei seguenti casi le condizioni scritte individuano uno e un solo piano  $\alpha$ ?

$\alpha$  passa per  $P$  ed è parallelo a  $\beta$

$\alpha$  passa per  $P$  ed è parallelo ad  $r$  e ad  $s$

$\alpha$  passa per  $P$  ed è perpendicolare ad  $r$  e ad  $s$

$\alpha$  passa per  $P$  ed è perpendicolare a  $\beta$  e a  $\gamma$

9) Si sa che l'equazione  $x^2 + px + q = 0$  ammette come soluzioni due numeri  $a$  e  $b$ . Quali sono le soluzioni dell'equazione  $x^2 + 2px + 4q = 0$ ? Quali sono le soluzioni dell'equazione  $x^2 - px + q = 0$ ? Quali sono le soluzioni dell'equazione  $qx^2 + px + 1 = 0$ ?