

Scuola Superiore di Catania

*Corso Specialistico
Classe delle Scienze Sperimentali
Ambito Scienze e Tecnologie
a.a. 2020-2021*

L'anello dei polinomi a valori interi

The ring of integer-valued polynomials

L'anello dei polinomi a valori interi appare in modo molto naturale nello studio dei polinomi a coefficienti razionali, ma è difficile da affrontare dal punto di vista algebrico e ricco di spunti e collegamenti con altri settori della matematica quali la teoria dei numeri, l'analisi p-adica e la topologia. Per questi motivi è stato studiato da illustri matematici da oltre un secolo. In particolare il corso si svilupperà secondo il seguente schema:

- Introduzione storica all'anello $\text{Int}(\mathbb{Z})$ dei polinomi a valori interi.
- Proprietà di interpolazione.
- $\text{Int}(\mathbb{Z})$ non è noetheriano ma soddisfa la condizione della catena ascendente sugli ideali principali. Proprietà di fattorizzazione di $\text{Int}(\mathbb{Z})$. Elasticità di un dominio. $\text{Int}(\mathbb{Z})$ è un dominio di elasticità infinita.
- Complementi di Topologia Generale: spazi ultrametrici e loro proprietà, completamento di uno spazio metrico. Metrica indotta dalla valutazione p-adica. Versione p-adica del Teorema di Stone-Weierstrass.
- Descrizione degli ideali primi di $\text{Int}(\mathbb{Z})$. Descrizione delle fibre del morfismo naturale $\text{Spec}(\text{Int}(\mathbb{Z})) \dashrightarrow \text{Spec}(\mathbb{Z})$. Teoria degli ideali di $\text{Int}(\mathbb{Z})$ e proprietà di Skolem.

Riferimenti bibliografici: P. J. Cahen - J. L. Chabert, Integer-Valued Polynomials. Amer. Math. Soc. Surveys and Monographs