

Introduzione al calcolo delle variazioni

Elementi di calcolo delle variazioni.

Alcuni problemi tipici. Funzionali del calcolo delle variazioni. Variazione prima e seconda di un funzionale. Lemma di du Bois-Reymond, equazione di Eulero-Lagrange. Casi particolari. Disuguaglianza di Wirtinger. Il problema della brachistocrona. Funzionali dipendenti da funzioni di più variabili.

Metodi diretti.

Un principio di minimo globale. Alcuni criteri di compattezza: teorema di Ascoli-Arzelà, compattezza debole negli spazi di Lebesgue e negli spazi di Sobolev. Funzioni di Carathéodory. Teoremi di semi-continuità inferiore e di esistenza di Tonelli. Questioni di regolarità.

Cenni sulla teoria dei punti critici.

Calcolo differenziale negli spazi di Banach. Il caso dell'operatore di Nemitski. Operatori potenziali. Punti critici tramite minimizzazione. Soluzioni deboli del problema di Dirichlet per un'equazione ellittica semilineare.