

Scuola Superiore di Catania

Corso Specialistico
Classe delle Scienze Sperimentali
Ambito Scienze e Tecnologie
a.a. 2020-2021

Algebra Lineare avanzata con elementi di Teoria delle Rappresentazioni

Advanced Linear Algebra with an elements of Representation Theory

Prima Parte: Teoria delle Rappresentazioni di un singolo endomorfismo

Definizione assiomatica del determinante di una matrice quadrata. Algebra esterna o di Grassmann di uno spazio vettoriale. Formule di Laplace e di Binet tramite calcolo esterno. Richiami sul polinomio minimo e sul polinomio caratteristico di un endomorfismo. Teorema di Cayley--Hamilton. Sottospazi invarianti, diagonalizzazione e triangolarizzazione di un endomorfismo. Teorema di Decomposizione Primaria di uno spazio vettoriale rispetto a un endomorfismo fissato. Caratterizzazione della diagonalizzazione di un endomorfismo tramite polinomio minimo. Spazi vettoriali indecomponibili, irriducibili e completamente riducibili rispetto a un endomorfismo. Isomorfismo tra $M_{\{n \times n\}}(K[X])$ e $(M_{\{n \times n\}}(K))[X]$ con K campo fissato. Forma canonica di Smith. Equivalenza in $M_{\{n \times n\}}(K[X])$ e similitudine in $M_{\{n \times n\}}(K)$. Forma canonica razionale di una matrice. Fattori invarianti e divisori elementari. Teoremi di Decomposizione Ciclica di uno spazio vettoriale rispetto a un endomorfismo. Seconda versione del Teorema di Decomposizione Primaria. Forma canonica di Jordan per endomorfismi nilpotenti. Forma canonica di Jordan per endomorfismi con polinomio minimo completamente riducibile sul campo.

Seconda Parte: Introduzione alla Teoria delle Rappresentazioni

Matrici e mappe lineari su anelli non commutativi. Anelli con divisione. Semplicità e semi--semplicità di un modulo su un anello. Lemma di Schur e struttura degli endomorfismi dei moduli semi-semplici. Algebre centrali semplici su un campo e gruppo di Brauer. Teorema di Burnside sull'algebra degli endomorfismi di uno spazio vettoriale su un campo algebricamente chiuso. Teorema di Wedderburn. Anelli e algebre semi--semplici.

Referenze bibliografiche:

Per la Sezione 1 verranno distribuite delle note di Corso, parte del progetto del libro *Algebra Linear* con Aron Simis.

Per la Sezione 2 si seguiranno piuttosto fedelmente il Capitolo XVII e l'inizio del Capitolo XVIII del libro *Algebra* di Serge Lang.